CONFERENCE
HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES SCIENCES

dans le cadre du cours pour les étudiants
De Licence 2, Licence 3 du domaine Sciences et Master Mathématiques Enseignement
Université Paris Est Marne la Vallée
Bâtiment Copernic –Salle 3B 075

Mardi 19 mars 2013
De 16h00 à 18h00

Bernard BRU
Université René Descartes Paris 5

Un problème de Polya.

En 1912, Pólya a soutenu à Budapest une thèse consacrée à la résolution du problème suivant :
Dans l'espace à n dimensions, déterminer le volume de la zone définie par les conditions :

$$-a_i \le x_i \le a_i, \quad \text{pour } 1 \le i \le n$$

$$-a_{n+1} \le x_1 + \ldots. + x_n \le a_{n+1}$$

que devient ce volume quand n est grand ?

Dans le cas de n fini, ce problème a été résolu sous une forme équivalente par Lagrange en 1771 et sous une autre forme par Laplace en 1777. Dans le cas de n infini il a été résolu en 1810 par Laplace. La solution de Laplace est à l'origine directe de la *Théorie analytique des probabilités* de 1812. Elle est identique à celle de Pólya, et les arguments de Laplace ne sont pas différents de ceux de Pólya, qui y apporte toutefois la rigueur et l'élégance de l'Analyse du 20e siècle, celles notamment de son directeur de thèse L. Fejér.

Le volume dont il s'agit est égal à

$$\frac{2^{n+1}}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin a_1 x \sin a_2 x \ldots.\sin a_{n+1} x}{x^{n+1}} dx$$

de sorte que si $a_i = \frac{1}{2}$, pour $1 \le i \le n$, et $a_{n+1} = \eta\sqrt{n}$, le volume est égal à

$$\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \left(\frac{\sin x}{x}\right)^n \frac{\sin 2\eta\sqrt{n}x}{x} dx$$

et si n est grand, cette dernière intégrale est à fort peu près égale à

$$\int_{-\eta}^{\eta} \sqrt{\frac{6}{\pi}} e^{-6x^2} dx$$

Organisateur
Marco CANNONE
http://umr-math.univ-mlv.fr/evenements/seminaires