Modélisation de la maintenance à partir de réseaux bayésiens dynamiques

Application à la prévention des ruptures de rails

Roland Donat Laurent Bouillaut Patrice Aknin

Pôle diagnostic
Laboratoire des Technologies Nouvelles
INRETS

Groupe de Travail Fiabilité, UMLV, vendredi 27 2009

Plan de la présentation

Contexte

- **Contexte ferroviaire :**
  - Augmentation du trafic
  - Matériel roulant plus agressif

Contexte

- **Contexte ferroviaire :**
  - Augmentation du trafic
  - Matériel roulant plus agressif

$\Rightarrow$ **Augmentation des défauts de fatigue**

- $\Rightarrow$ Perturbations du service voyageur
- $\Rightarrow$ Coûts de maintenance importants

Contexte

- **Contexte ferroviaire :**
  - Augmentation du trafic
  - Matériel roulant plus agressif

⇒ **Augmentation des défauts de fatigue**

  ⇒ Perturbations du service voyageur

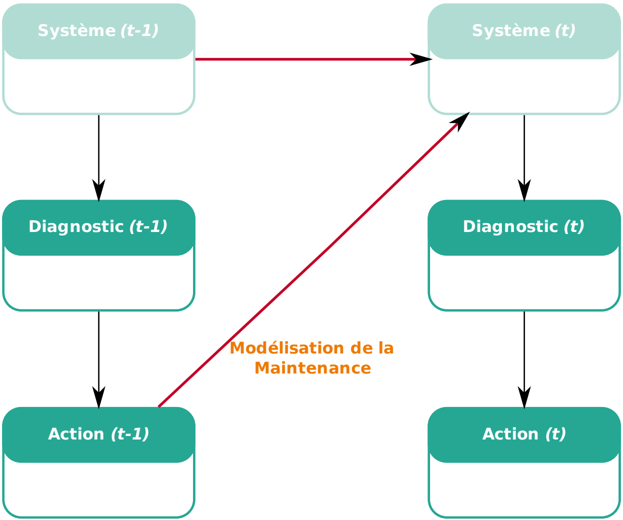
  ⇒ Coûts de maintenance importants

- **Demande industriel :**
  Développement d'un outils d'aide à la maintenance des rails

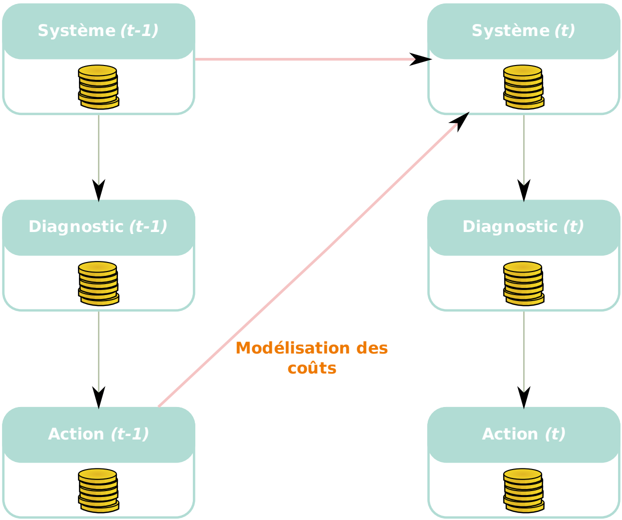
Objectifs


Système *(t-1)*
Système *(t)*
Modélisation de la
dégradation du système

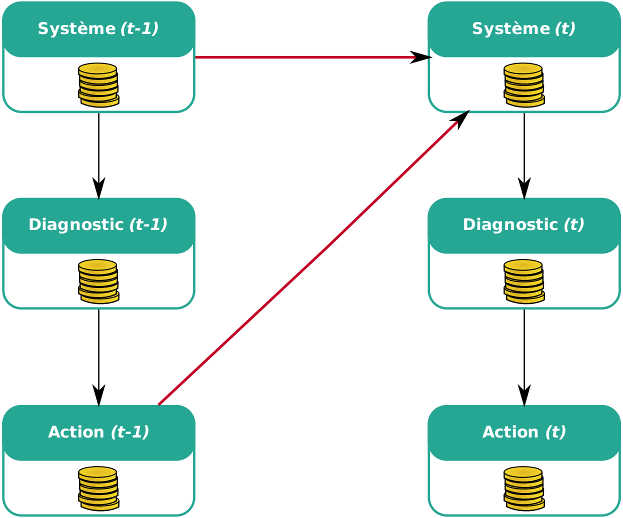
Objectifs


Système (t-1)
Système (t)
Diagnostic (t-1)
Diagnostic (t)
Action (t-1)
Action (t)
Modélisation de la Maintenance

Objectifs


Système *(t-1)*
Système *(t)*
Diagnostic *(t-1)*
Diagnostic *(t)*
Modélisation des coûts
Action *(t-1)*
Action *(t)*

Objectifs


Système *(t-1)*
Système *(t)*
Diagnostic *(t-1)*
Diagnostic *(t)*
Action *(t-1)*
Action *(t)*

Approche

- **Approche :** Modélisation par réseaux bayésiens

Approche

- **Approche :** Modélisation par réseaux bayésiens
- **Motivations :**
  1. Aspect graphique intuitif
  2. Fort potentiel de modélisation
  3. Outils génériques disponibles pour :
     - Le calcul des probabilités
     - L'apprentissage des paramètres du modèle
  4. Solutions logiciels existantes

Réseaux bayésiens (RB)

2 Réseaux bayésiens
- Réseaux bayésiens statiques
- RB dynamiques
- Propriétés et outils

Réseaux bayésiens statiques

Definition (Réseau bayésien (Pearl 1988))

Un RB représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_D)$ à partir :

- D'un graphe orienté sans circuit où

⇒ Les nœuds représentent les variables

⇒ Les arcs indiquent des relations de dépendances

- Des lois de probabilité de chaque v.a. X_d conditionnellement à ses parents, notés $\mathrm{pa}(X_d)$

Réseaux bayésiens statiques

Definition (Réseau bayésien (Pearl 1988))

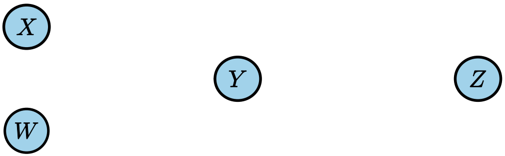
Un RB représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_D)$ à partir :

- D'un graphe orienté sans circuit où

⇒ Les nœuds représentent les variables

⇒ Les arcs indiquent des relations de dépendances

- Des lois de probabilité de chaque v.a. X_d conditionnellement à ses parents, notés pa (X_d)



Réseaux bayésiens statiques

Definition (Réseau bayésien (Pearl 1988))

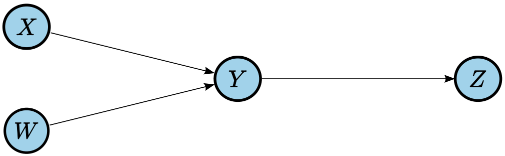
Un RB représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_D)$ à partir :

- D'un graphe orienté sans circuit où

⇒ Les nœuds représentent les variables

⇒ Les arcs indiquent des relations de dépendances

- Des lois de probabilité de chaque v.a. X_d conditionnellement à ses parents, notés $\mathrm{pa}(X_d)$

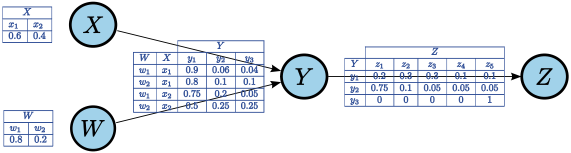


Réseaux bayésiens statiques

Definition (Réseau bayésien (Pearl 1988))

Un RB représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_D)$ à partir :

- D'un graphe orienté sans circuit où
  - ⇒ Les nœuds représentent les variables
  - ⇒ Les arcs indiquent des relations de dépendances
- Des lois de probabilité de chaque v.a. X_d conditionnellement à ses parents, notés $\mathrm{pa}(X_d)$



X	
x_1	x_2
0.6	0.4

W	
w_1	w_2
0.8	0.2

		Y		
W	X	y_1	y_2	y_3
w_1	x_1	0.9	0.06	0.04
w_2	x_1	0.8	0.1	0.1
w_1	x_2	0.75	0.2	0.05
w_2	x_2	0.5	0.25	0.25

	Z				
Y	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
y_1	0.2	0.3	0.3	0.1	0.1
y_2	0.75	0.1	0.05	0.05	0.05
y_3	0	0	0	0	1

RB markovien

Definition (RB markovien (Murphy 2002))

Un RBM représente la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{t,1}, \ldots, X_{t,D})_{1 \leq t \leq T}$ à partir :

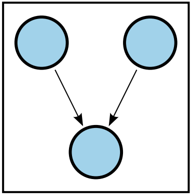
- D'un RB représentant la loi initiale $P(\mathbf{X}_1)$
- D'un RB représentant la loi de transition $P(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1})$

RB markovien

Definition (RB markovien (Murphy 2002))

Un RBM représente la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1\leq t\leq T} = (X_{t,1},\ldots,X_{t,D})_{1\leq t\leq T}$ à partir :

- D'un RB représentant la loi initiale $P(\mathbf{X}_1)$
- D'un RB représentant la loi de transition $P(\mathbf{X}_t|\mathbf{X}_{t-1})$



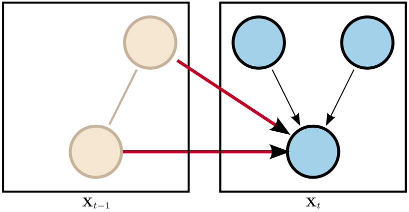
$\mathbf{X}_1$

RB markovien

Definition (RB markovien (Murphy 2002))

Un RBM représente la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{t,1}, \ldots, X_{t,D})_{1 \leq t \leq T}$ à partir :

- D'un RB représentant la loi initiale $P(\mathbf{X}_1)$
- D'un RB représentant la loi de transition $P(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1})$

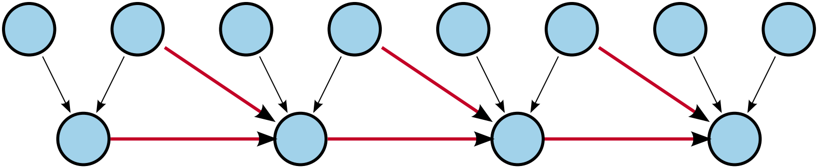


RB markovien

Definition (RB markovien (Murphy 2002))

Un RBM représente la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{t,1}, \ldots, X_{t,D})_{1 \leq t \leq T}$ à partir :

- D'un RB représentant la loi initiale $P(\mathbf{X}_1)$
- D'un RB représentant la loi de transition $P(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1})$



Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**
  - RB Statiques : $P\left(X_1,\ldots,X_D\right)=\prod_{d=1}^{D}P\left(X_d|\mathrm{pa}\left(X_d\right)\right)$

Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**
  - RB Statiques : $P(X_1, \ldots, X_D) = \prod_{d=1}^{D} P(X_d | \mathrm{pa}(X_d))$
  - RBM : $P\left((\mathbf{X}_t)_{1 \le t \le T}\right) =$
    $\prod_{d=1}^{D} P(X_{1,d} | \mathrm{pa}(X_{1,d})) \prod_{t=2}^{T} \prod_{d=1}^{D} P(X_{t,d} | \mathrm{pa}(X_{t,d}))$

Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**
  - RB Statiques : $P(X_1, \ldots, X_D) = \prod_{d=1}^{D} P(X_d | \mathrm{pa}(X_d))$
  - RBM : $P\left((\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T}\right) =$
    $$\prod_{d=1}^{D} P(X_{1,d} | \mathrm{pa}(X_{1,d})) \prod_{t=2}^{T} \prod_{d=1}^{D} P(X_{t,d} | \mathrm{pa}(X_{t,d}))$$

$\Rightarrow$ Représentation parcimonieuse du processus

Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**
  - RB Statiques : $P(X_1, \ldots, X_D) = \prod_{d=1}^{D} P(X_d | \mathrm{pa}(X_d))$
  - RBM : $P\left((\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T}\right) =$
    $$\prod_{d=1}^{D} P(X_{1,d} | \mathrm{pa}(X_{1,d})) \prod_{t=2}^{T} \prod_{d=1}^{D} P(X_{t,d} | \mathrm{pa}(X_{t,d}))$$

$\Rightarrow$ Représentation parcimonieuse du processus

- **Apprentissage des LPC** (cf. (Naïm et al. 2007))

$\Rightarrow$ Estimation de chacune des lois $P(X_d | \mathrm{pa}(X_d))$ à partir de données

- **Inférence** (cf. Murphy (2002))

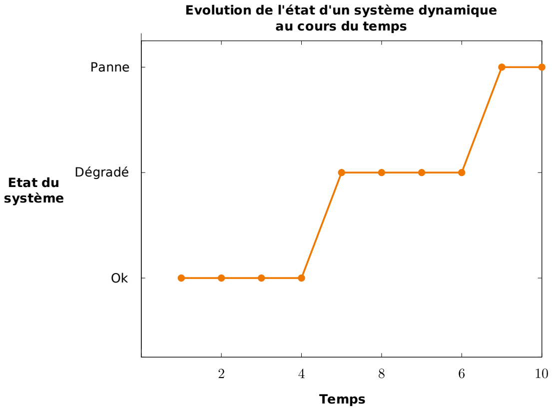
$\Rightarrow$ Calcul de n'importe quelle loi $P(\mathbf{X}_{\text{requête}})$

Modélisation de la dégradation du système

3 Modélisation de la dégradation du système

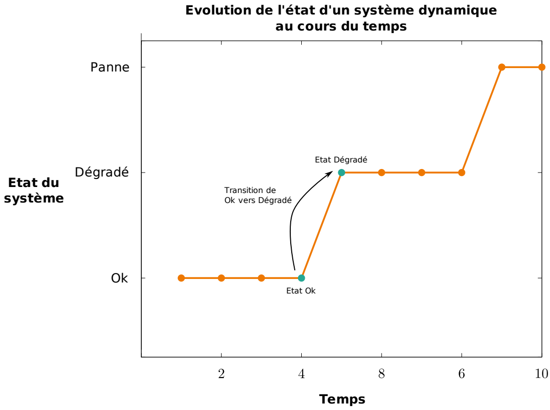
- Objectifs et approche
- Modèle graphique de durée à variables d'actions
- Inférence

Objectifs


Evolution de l'état d'un système dynamique
au cours du temps
Panne
Dégradé
Ok
Etat du
système
2
4
8
6
10
Temps

Objectifs

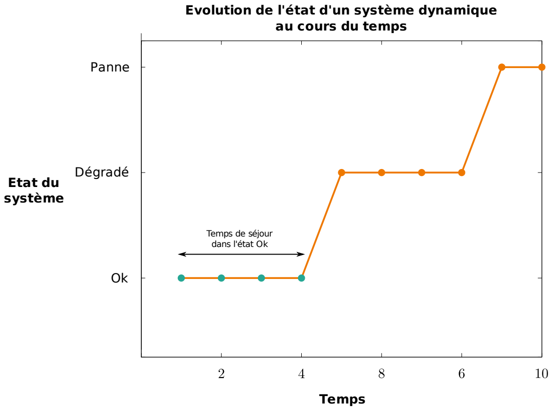
⇒ Modéliser les transitions entre les états du système



Objectifs

⇒ Modéliser les transitions entre les états du système

⇒ Modéliser les temps de séjour dans chaque état



Approche

- **Approche :** Proposer un RBM adapté aux systèmes :
  - Multi-états
  - Dont le processus de dégradation est complexe
  - Sur lesquels il est possible d'agir aux cours du temps

Approche

- **Approche :** Proposer un RBM adapté aux systèmes :
  - Multi-états
  - Dont le processus de dégradation est complexe
  - Sur lesquels il est possible d'agir aux cours du temps
- **Idée :** Extension des modèles à variables de durée (Murphy 2002)

Approche

- **Approche :** Proposer un RBM adapté aux systèmes :
  - Multi-états
  - Dont le processus de dégradation est complexe
  - Sur lesquels il est possible d'agir aux cours du temps
- **Idée :** Extension des modèles à variables de durée (Murphy 2002)
- **Hypothèses :** Espace d'états et temps discret

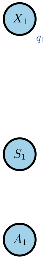
Approche

- **Approche :** Proposer un RBM adapté aux systèmes :
  - Multi-états
  - Dont le processus de dégradation est complexe
  - Sur lesquels il est possible d'agir aux cours du temps
- **Idée :** Extension des modèles à variables de durée (Murphy 2002)
- **Hypothèses :** Espace d'états et temps discret
- **Notations :**
  - X_t : État du système à l'instant t
  - S_t : Temps de séjour restant dans l'état courant à l'instant t
  - A_t : Action sélectionnée à l'instant t

Modèle graphique de durée à variables d'actions

Loi initiale

Modèle graphique de durée à variables d'actions
Loi initiale

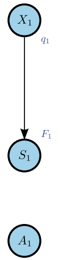


État initial

Probabilité initiale de chaque état $x \in \mathcal{X}$:

$$P(X_1 = x) = q_1(x)$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions
Loi initiale



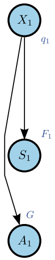
Temps de séjour initial

Probabilité de rester s unités de temps dans l'état initial :

$$P(S_1 = s | X_1 = x) = F_1(x, s)$$

avec $s \in \{1, 2, \ldots, T\}$ et T représentant l'horizon temporel

Modèle graphique de durée à variables d'actions
Loi initiale



Action initial

Probabilité de sélectionner l'action $a \in \mathcal{A}$ sachant que x est l'état courant :

$$P(A_t = a|X_t = x) = P(A_1 = a|X_1 = x) = G(x, a)$$

Notation :

$\mathcal{A}^X \subseteq \mathcal{A}$: Ensemble des actions agissant sur l'état du système

Modèle graphique de durée à variables d'actions

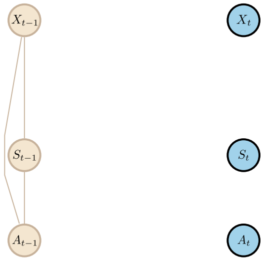
Loi initiale

Loi initiale

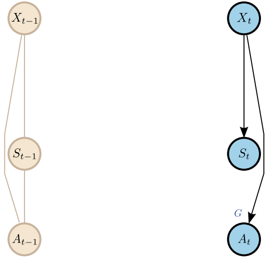
La loi initiale du système, notée Φ_1, vérifie :

$$
\begin{aligned}
\Phi_1(x, s, a) &= P(X_1, S_1, A_1) \\
&= P(X_1) P(S_1|X_1) P(A_1|X_1) \\
\Phi_1(x, s, a) &= q_1(x) F_1(x, s) G(x, a)
\end{aligned}
$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions
Loi de transition

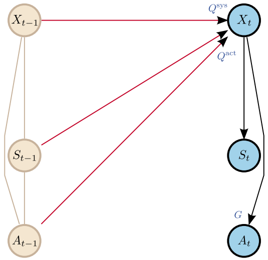


Modèle graphique de durée à variables d'actions
Loi de transition



Modèle graphique de durée à variables d'actions

Loi de transition



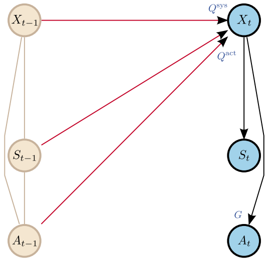
Transition entre états - cas $S_{t-1} = 1$ et $A_{t-1} \notin \mathcal{A}^X$

- Le système change naturellement d'état après écoulement du temps de séjour
- Probabilité de passer de l'état x' à x :

$$P\left(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1} = 1, A_{t-1} \notin \mathcal{A}^X\right) = Q^{\text{sys}}\left(x', x\right)$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions

Loi de transition



Transition entre états - cas $S_{t-1} \geq 2$ et $A_{t-1} \notin \mathcal{A}^X$

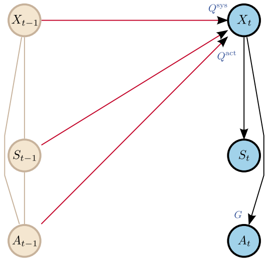
- Le temps de séjour dans l'état courant n'est pas écoulé

⇒ Le système reste dans le même état

$$P\left(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1} \geq 2, A_{t-1} \notin \mathcal{A}^X\right) = \mathbb{1}\left(x = x'\right)$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions

Loi de transition



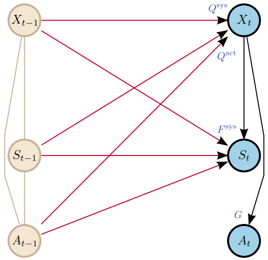
Transition entre états - cas $A_{t-1} \in \mathcal{A}^X$

- L'action sélectionnée agit sur le système et force une transition
- Probabilité de passer de l'état x' à x après l'action $a' \in \mathcal{A}^X$:

$$P\left(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1}, A_{t-1} = a'\right) = Q^{\text{act}}\left(x', a', x\right)$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions

Loi de transition



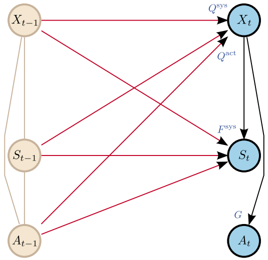
Transition des temps de séjour - cas $S_{t-1} = 1$ ou $A_{t-1} \in \mathcal{A}^X$

- Temps de séjour écoulé ou action effective sélectionnée
- Probabilité de séjourner s unités de temps dans l'état x sachant que l'on était dans l'état x' :

$$P\left(S_t = s | X_{t-1} = x', S_{t-1} = 1 \cup A_{t-1} \in \mathcal{A}^X, X_t = x\right) = F^{sys}\left(x', x, s\right)$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions

Loi de transition



Transition des temps de séjour - cas $S_{t-1} \geq 2$ et $A_{t-1} \notin \mathcal{A}^X$

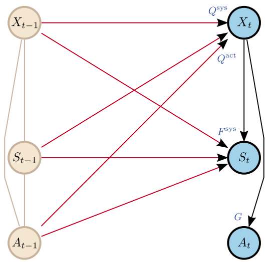
- Temps de séjour non écoulé et aucune action effective sélectionnée

$\Rightarrow$ Le temps de séjour $s' \geq 2$ est décompté d'une unité de temps

$$P\left(S_t = s | X_{t-1} = x', S_{t-1} = s', A_{t-1} \notin \mathcal{A}^X, X_t = x\right) = \mathbb{1}\left(s = s' - 1\right)$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions

Loi de transition

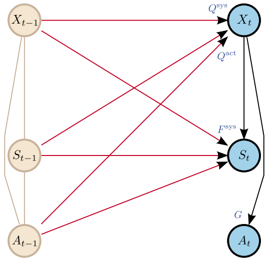


Loi de transition du système

La loi de transition du système, notée Π, est définie par :

$$\begin{aligned}\Pi &= P\left(X_t, S_t, A_t | X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}\right) \\ &= P\left(X_t | X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}\right) P\left(S_t | X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}, X_t\right) \\ &\quad P\left(A_t | X_t\right)\end{aligned}$$

Modèle graphique de durée à variables d'actions
Loi de transition



Loi de transition du système

La loi de transition du système, notée Π, est définie par :

$$\Pi\left(x', s', a', x, s, a\right) = G\left(x, a\right) \begin{cases} Q^{\text{sys}}\left(x', x\right) F^{\text{sys}}\left(x', x, s\right) & s' = 1, a' \notin \mathcal{A}^X \\ \mathbb{1}\left(x = x'\right) \mathbb{1}\left(s = s' - 1\right) & s' \geq 2, a' \notin \mathcal{A}^X \\ Q^{\text{act}}\left(x', a', x\right) F^{\text{sys}}\left(x', x, s\right) & a' \in \mathcal{A}^X \end{cases}$$

Inférence

Calcul de $\Phi_t = P\left(X_t, S_t, A_t\right)$

Par définition, $\Phi_t\left(x, s, a\right) =$

$$\begin{cases} \Phi_1\left(x, s, a\right) & t = 1 \\ \displaystyle\sum_{x' \in \mathcal{X}} \sum_{s'=1}^{T} \sum_{a' \in \mathcal{A}} \Phi_{t-1}\left(x', s', a'\right) \Pi\left(x', s', a', x, s, a\right) & t \geq 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Schéma classique (chaîne de Markov)

Inférence

Calcul de $\Phi_t = P\left(X_t, S_t, A_t\right)$

Par définition, $\Phi_t\left(x, s, a\right) =$

$$\begin{cases} q_1\left(x\right) F_1\left(x, s\right) G\left(x, a\right) & t = 1 \\ \displaystyle\sum_{x' \in \mathcal{X}} \sum_{s'=1}^{T} \sum_{a' \in \mathcal{A}} \Phi_{t-1}\left(x', s', a'\right) \Pi\left(x', s', a', x, s, a\right) & t \geq 2 \end{cases}$$

- Factorisation de la loi initiale

Inférence

Calcul de $\Phi_t = P\left(X_t, S_t, A_t\right)$

Par définition, $\Phi_t\left(x, s, a\right) =$

$$\begin{cases} q_1\left(x\right) F_1\left(x, s\right) G\left(x, a\right) & t = 1 \\ \sum_{x' \in \mathcal{X}} Q^{\text{sys}}\left(x', x\right) F^{\text{sys}}\left(x', x, s\right) \sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}\left(x', 1, a'\right) & \end{cases}$$

- Simplification de la loi de transition - Cas : $s' = 1, a' \notin \mathcal{A}^X$

Inférence

Calcul de $\Phi_t = P(X_t, S_t, A_t)$

Par définition, $\Phi_t(x, s, a) =$

$$\begin{cases} q_1(x) F_1(x, s) G(x, a) & t = 1 \\ \sum_{x' \in \mathcal{X}} Q^{\text{sys}}(x', x) F^{\text{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}(x', 1, a') + & \\ \sum_{x' \in \mathcal{X}} F^{\text{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \in \mathcal{A}^X} Q^{\text{act}}(x', a', x) \sum_{s'=1}^{T} \Phi_{t-1}(x', s', a') & \end{cases}$$

- Simplification de la loi de transition - Cas : $a' \in \mathcal{A}^X$

Inférence

Calcul de $\Phi_t = P(X_t, S_t, A_t)$

Par définition, $\Phi_t(x, s, a) =$

$$
\begin{cases}
q_1(x)\, F_1(x,s)\, G(x,a) & t = 1 \\
\sum_{x' \in \mathcal{X}} Q^{\mathrm{sys}}(x', x)\, F^{\mathrm{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}(x', 1, a') + & \\
\sum_{x' \in \mathcal{X}} F^{\mathrm{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \in \mathcal{A}^X} Q^{\mathrm{act}}(x', a', x) \sum_{s'=1}^{T} \Phi_{t-1}(x', s', a') + & \\
\sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}(x, s-1, a') &
\end{cases}
$$

- Simplification de la loi de transition - Cas : $s' \geq 2, a' \notin \mathcal{A}^X$

Inférence

Calcul de $\Phi_t = P(X_t, S_t, A_t)$

Par définition, $\Phi_t(x, s, a) =$

$$\begin{cases} q_1(x) F_1(x, s) G(x, a) & t = 1 \\ \Big[\sum_{x' \in \mathcal{X}} Q^{\text{sys}}(x', x) F^{\text{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}(x', 1, a') + \\ \sum_{x' \in \mathcal{X}} F^{\text{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \in \mathcal{A}^X} Q^{\text{act}}(x', a', x) \sum_{s'=1}^{T} \Phi_{t-1}(x', s', a') + \\ \sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}(x, s-1, a') \Big] G(x, a) & t \geq 2 \end{cases}$$

Inférence

Calcul de $\Phi_t = P(X_t, S_t, A_t)$

Par définition, $\Phi_t(x, s, a) =$

$$
\begin{cases}
q_1(x) F_1(x, s) G(x, a) & t = 1 \\
\Big[\sum_{x' \in \mathcal{X}} Q^{\text{sys}}(x', x) F^{\text{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}(x', 1, a') + & \\
\sum_{x' \in \mathcal{X}} F^{\text{sys}}(x', x, s) \sum_{a' \in \mathcal{A}^X} Q^{\text{act}}(x', a', x) \sum_{s'=1}^{T} \Phi_{t-1}(x', s', a') + & \\
\sum_{a' \notin \mathcal{A}^X} \Phi_{t-1}(x, s-1, a')\Big] G(x, a) & t \geq 2
\end{cases}
$$

$\Rightarrow$ Déduction de $q_t = P(X_t)$ et $g_t = P(A_t)$

Modélisation de la maintenance

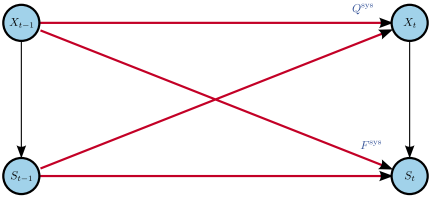
4 Modélisation de la maintenance
- Objectifs
- Modélisation graphique

Objectifs

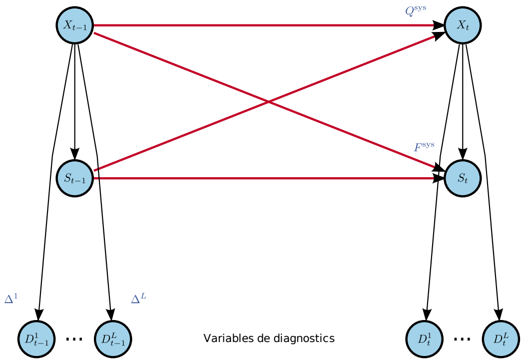
Objectifs

- Modélisation de la maintenance basée sur la fiabilité
- Prise en compte du diagnostic
- Possibilité d'effectuer des actions périodiques
- Considération économique

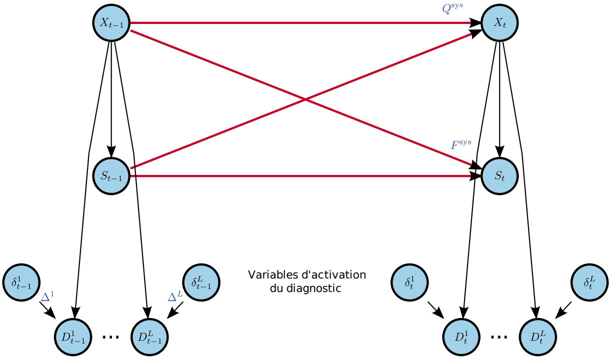
Modélisation graphique



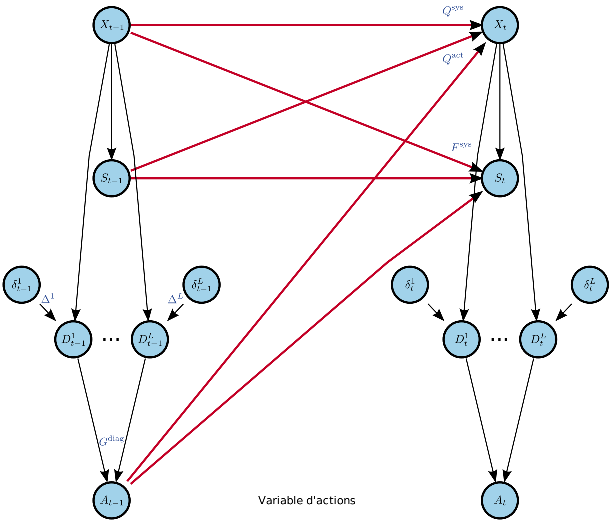
Modélisation graphique



Modélisation graphique



Modélisation graphique



Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes

Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes
- La méthode ℓ est activée à l'instant t si $\delta_t^\ell = 1$

Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes
- La méthode ℓ est activée à l'instant t si $\delta_t^\ell = 1$
- Probabilité que la ℓ-ème méthode détecte que le système est dans l'état x^{d} sachant qu'il est réellement dans l'état x :

$$\Delta^\ell\left(x, x^{\mathrm{d}}\right) = P\left(D_t = x^{\mathrm{d}} | X_t = x, \delta_t^\ell = 1\right)$$

Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes
- La méthode ℓ est activée à l'instant t si $\delta_t^\ell = 1$
- Probabilité que la ℓ-ème méthode détecte que le système est dans l'état x^{d} sachant qu'il est réellement dans l'état x :

$$\Delta^\ell\left(x, x^{\mathrm{d}}\right) = P\left(D_t = x^{\mathrm{d}} | X_t = x, \delta_t^\ell = 1\right)$$

- Si les états du système sont ordonnés par gravité croissante

$\Rightarrow$ $x^{\mathrm{d}} > x$: Fausse alarme

$\Rightarrow$ $x^{\mathrm{d}} < x$: Non détection

$\Rightarrow$ $x^{\mathrm{d}} = x$: Bonne détection

Modélisation probabiliste (2/2)

Politique d'actions

- Dans ce cas, la politique d'actions ne dépend plus que des diagnostics
- Probabilité de sélectionner l'action $a \in \mathcal{A}$ à partir des états détectés $x_1^{\mathrm{d}}, \ldots, x_L^{\mathrm{d}}$:

$$G^{\mathrm{diag}}\left(x_1^{\mathrm{d}}, \ldots, x_L^{\mathrm{d}}, a\right) = P\left(A_t = a | D_t^1 = x_1^{\mathrm{d}}, \ldots, D_t^L = x_L^{\mathrm{d}}\right)$$

Modélisation probabiliste (2/2)

Politique d'actions

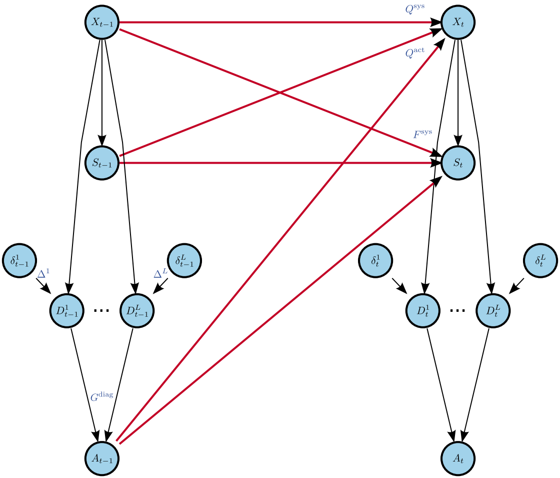
- Dans ce cas, la politique d'actions ne dépend plus que des diagnostics
- Probabilité de sélectionner l'action $a \in \mathcal{A}$ à partir des états détectés $x_1^{\mathrm{d}}, \ldots, x_L^{\mathrm{d}}$:

$$G^{\mathrm{diag}}\left(x_1^{\mathrm{d}}, \ldots, x_L^{\mathrm{d}}, a\right) = P\left(A_t = a | D_t^1 = x_1^{\mathrm{d}}, \ldots, D_t^L = x_L^{\mathrm{d}}\right)$$

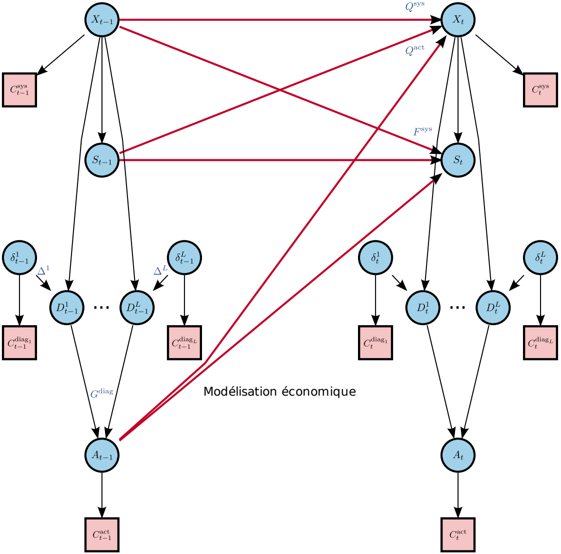
- Par conséquent, $P\left(A_t = a | X_t = x\right)$ dépend du temps :

$$G_t\left(x, a\right) = \sum_{\ell=1}^{L} \delta_t^{\ell} \sum_{x_\ell^{\mathrm{d}} \in \mathcal{X}} \Delta^{\ell}\left(x, x_\ell^{\mathrm{d}}\right) G^{\mathrm{diag}}\left(x_1^{\mathrm{d}}, \ldots, x_L^{\mathrm{d}}, a\right)$$

Modélisation économique (1/3)



Modélisation économique (1/3)



Modélisation économique (2/3)

Coûts à l'instant t

- **Système :** Soit $c^{\text{sys}}(x)$ le coût d'une unité de temps dans l'état x

$\Rightarrow$ $$C^{\text{sys}}(t) = \sum_{x \in \mathcal{X}} c^{\text{sys}}(x)\, q_t(x)$$

Modélisation économique (2/3)

Coûts à l'instant t

- **Système :** Soit $c^{\mathrm{sys}}(x)$ le coût d'une unité de temps dans l'état x

$\Rightarrow$ $$C^{\mathrm{sys}}(t) = \sum_{x \in \mathcal{X}} c^{\mathrm{sys}}(x)\, q_t(x)$$

- **Diagnostic :** Soit $c^{\mathrm{diag}}(\ell)$ le coût d'un diagnostic par la méthode ℓ

$\Rightarrow$ $$C^{\mathrm{diag}}(t) = \sum_{\ell=1}^{L} c^{\mathrm{diag}(\ell)} \delta_t^{\ell}$$

Modélisation économique (2/3)

Coûts à l'instant t

- **Système :** Soit $c^{\text{sys}}(x)$ le coût d'une unité de temps dans l'état x

$$\Rightarrow \quad C^{\text{sys}}(t) = \sum_{x \in \mathcal{X}} c^{\text{sys}}(x)\, q_t(x)$$

- **Diagnostic :** Soit $c^{\text{diag}}(\ell)$ le coût d'un diagnostic par la méthode ℓ

$$\Rightarrow \quad C^{\text{diag}}(t) = \sum_{\ell=1}^{L} c^{\text{diag}(\ell)} \delta_t^{\ell}$$

- **Action :** Soit $c^{\text{act}}(a)$ le coût de l'action a

$$\Rightarrow \quad C^{\text{act}}(t) = \sum_{a \in \mathcal{A}} c^{\text{act}}(a)\, g_t(a)$$

Modélisation économique (3/3)

Coût total

Coût total sur une séquence de longueur T :

$$C(T) = \sum_{t=1}^{T} C^{\text{sys}}(t) + C^{\text{diag}}(t) + C^{\text{act}}(t)$$

Modélisation économique (3/3)

Coût total

Coût total sur une séquence de longueur T :

$$C(T) = \sum_{t=1}^{T} C^{\mathrm{sys}}(t) + C^{\mathrm{diag}}(t) + C^{\mathrm{act}}(t)$$

Optimisation

- Trouver les paramètres $\boldsymbol{\theta}$ qui minimisent le coût sur une séquence de longueur T :

$$\boldsymbol{\theta} = \arg\min_{\boldsymbol{\theta}} C(T; \boldsymbol{\theta})$$

- Exemple de paramètres :
  - Activation des diagnostics $\left(\delta_t^{\ell}\right)_{\ell,t}$
  - Politique d'actions G^{diag}

Application ferroviaire

Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Représentation de la voie

- Modélisation de la voie par deux composants :
  1. Coupon de rail de longueur L
  2. Soudure aluminothermique (Pas nécessaire présente)

$\Rightarrow$ **Coupon élémentaire**

Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Représentation de la voie

- Modélisation de la voie par deux composants :
  1. Coupon de rail de longueur L
  2. Soudure aluminothermique (Pas nécessaire présente)

$\Rightarrow$ **Coupon élémentaire**

Coupon de rail de longueur L

Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Représentation de la voie

- Modélisation de la voie par deux composants :
  1. Coupon de rail de longueur L
  2. Soudure aluminothermique (Pas nécessaire présente)

$\Rightarrow$ **Coupon élémentaire**

Soudure aluminothermique

Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Représentation de la voie

- Modélisation de la voie par deux composants :
  1. Coupon de rail de longueur L
  2. Soudure aluminothermique (Pas nécessaire présente)

$\Rightarrow$ Coupon élémentaire

Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Représentation de la voie

- Modélisation de la voie par deux composants :
  1. Coupon de rail de longueur L
  2. Soudure aluminothermique (Pas nécessaire présente)

$\Rightarrow$ **Coupon élémentaire**

Coupon élémentaire

Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Hypothèse

- Une file de rail de longueur L' est représentée par N coupons élémentaires **indépendants**
- Étude de fiabilité sur un coupon élémentaire

$\Rightarrow$ Extrapolation des résultats

file de rail = N coupons élémentaires indépendants

Objectifs et hypothèses

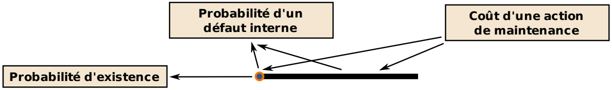
Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Hypothèse

- Une file de rail de longueur L' est représentée par N coupons élémentaires **indépendants**
- Étude de fiabilité sur un coupon élémentaire

$\Rightarrow$ Extrapolation des résultats



Objectifs et hypothèses

Objectifs

- Exploiter le ReX pour étudier la dégradation des rails (fatigue)
- Modéliser le diagnostic et la maintenance de la voie
- Évaluer une politique de maintenance selon différents indicateurs

Hypothèse

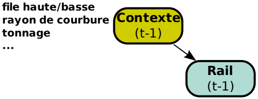
- Une file de rail de longueur L' est représentée par N coupons élémentaires **indépendants**
- Étude de fiabilité sur un coupon élémentaire

$\Rightarrow$ Extrapolation des résultats

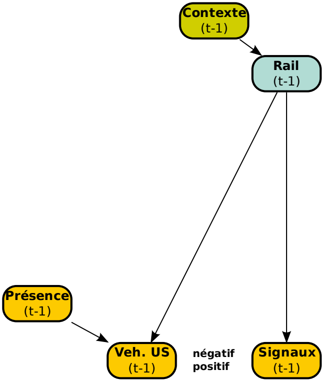
Extrapolation à une voie de longueur quelconque

Modélisation graphique

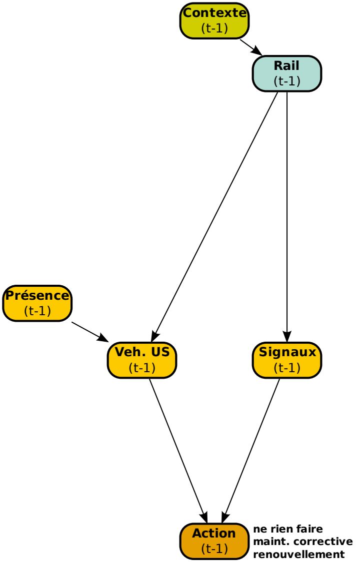
Modélisation graphique



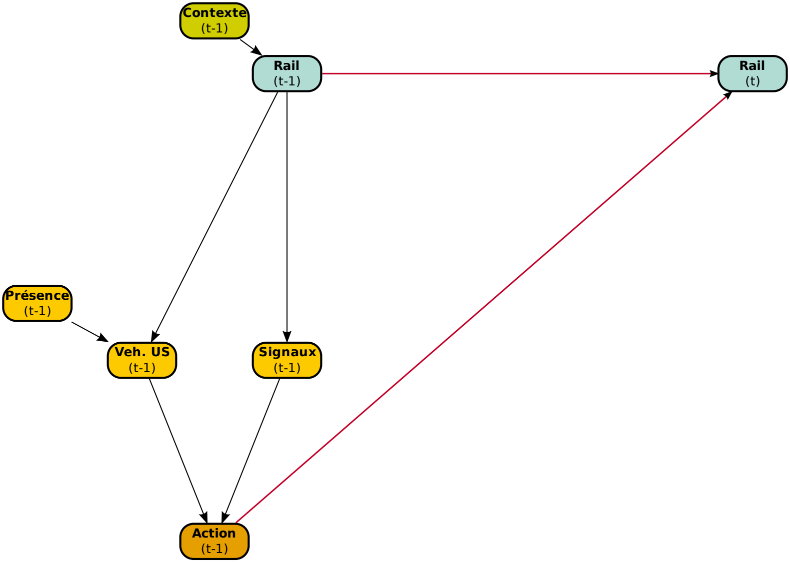
Modélisation graphique



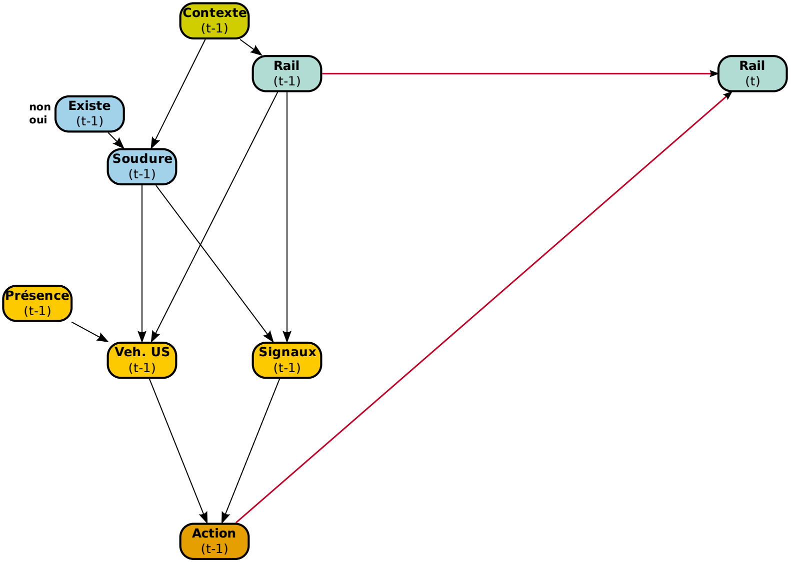
Modélisation graphique



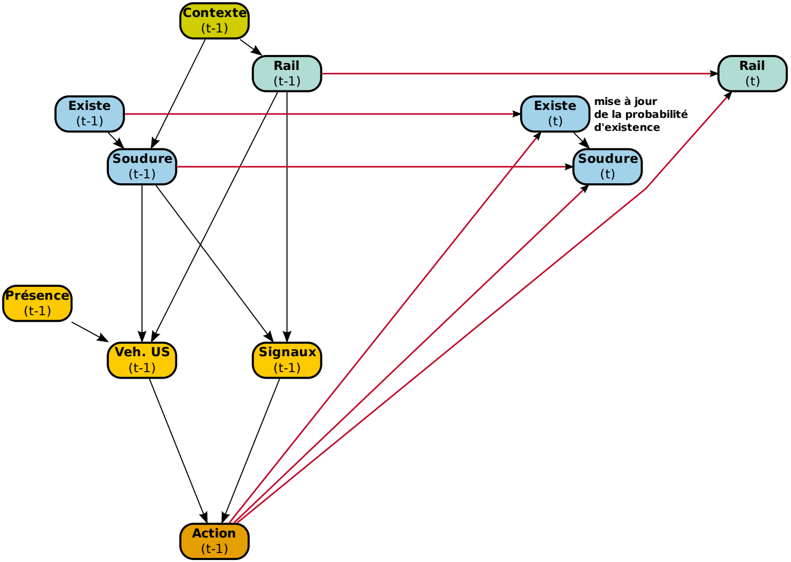
Modélisation graphique



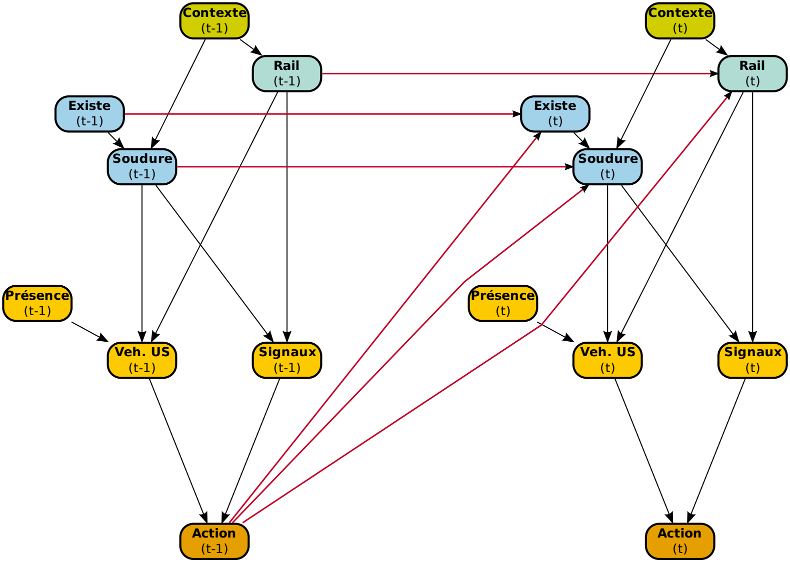
Modélisation graphique



Modélisation graphique



Modélisation graphique



Files hautes du RER A dans le tronçon central

Description

- Réseau : RATP RER A
- Zone : La Defense - Vincennes
- Contexte :
  - Files hautes
  - Rayon < 500 m
- Horizon temporel : 16 ans
- Unité de temps : 1 mois

Files hautes du RER A dans le tronçon central

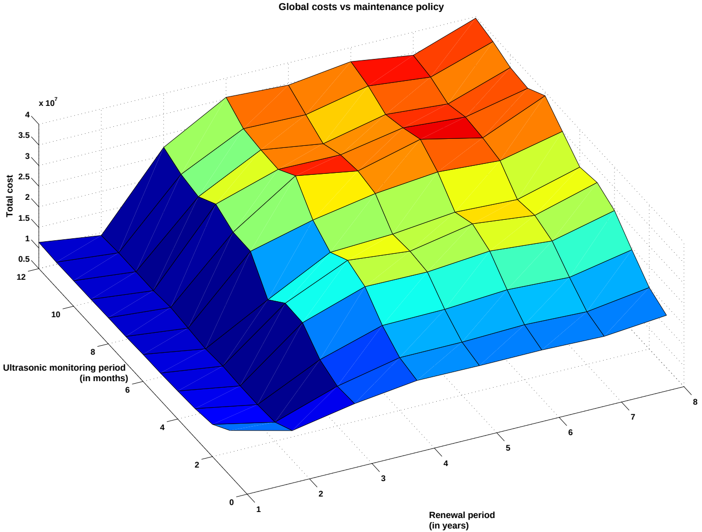
Description

- Réseau : RATP RER A
- Zone : La Defense - Vincennes
- Contexte :
  - Files hautes
  - Rayon < 500 m
- Horizon temporel : 16 ans
- Unité de temps : 1 mois

Paramètres de maintenance et contrainte

- Paramètres de maintenance :
  - Période du véhicule ultrason
  - Période de renouvellement
- Constrainte :
  - Nombre de ruptures ≤ 5 par an

Coûts en fonction de la politique de maintenance



Quelques résultats

Paramètres		Résultats (moy. par an)	
Pér ultrason (en mois)	*Pér. de renouvellement (en année)*	Nb. de ruptures	Coûts
1	1	0.2	$99 \cdot 10^4$
2	1	1.0	$80 \cdot 10^4$
3	1	2.2	$76 \cdot 10^4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Quelques résultats

Paramètres		**Résultats** (moy. par an)	
Pér ultrason (en mois)	*Pér. de renouvellement (en année)*	Nb. de ruptures	Coûts
1	1	0.2	$99 \cdot 10^4$
2	1	1.0	$80 \cdot 10^4$
3	1	2.2	$76 \cdot 10^4$
⋮	⋮	⋮	⋮
1	2	0.6	$76 \cdot 10^4$
2	2	2.9	$60 \cdot 10^4$
3	2	5.5	$58 \cdot 10^4$
⋮	⋮	⋮	⋮

Quelques résultats

Paramètres		**Résultats** (moy. par an)	
Pér ultrason (en mois)	*Pér. de renouvellement (en année)*	Nb. de ruptures	Coûts
1	1	0.2	$99 \cdot 10^4$
2	1	1.0	$80 \cdot 10^4$
3	1	2.2	$76 \cdot 10^4$
⋮	⋮	⋮	⋮
1	2	0.6	$76 \cdot 10^4$
2	2	2.9	$60 \cdot 10^4$
3	2	5.5	$58 \cdot 10^4$
⋮	⋮	⋮	⋮
1	8	4.7	$111 \cdot 10^4$
2	8	22.4	$124 \cdot 10^4$
3	8	40.9	$153 \cdot 10^4$
⋮	⋮	⋮	⋮

$\Rightarrow$ Dans ce contexte, la meilleur politique est un renouvellement tous les 2 ans associé à une inspection ultrason tous les 2 mois

Conclusions et perspectives

Conclusions

- Utilisation des RB pour représenter un système dynamique
- Proposition d'un modèle de maintenance générique
- Validation de la méthode sur un problème industriel
- Approche applicable à d'autres domaines

Conclusions et perspectives

Conclusions

- Utilisation des RB pour représenter un système dynamique
- Proposition d'un modèle de maintenance générique
- Validation de la méthode sur un problème industriel
- Approche applicable à d'autres domaines

Perspectives

- Formalisation des LPC à composantes déterministes
- Passage au temps continu
- Apprentissage dans un RB à partir de données censurées
- Publication d'une *toolbox* `Matlab` pour la manipulation des RBM

Bibliographie

Murphy, K. P. (2002).
Dynamic Bayesian Networks : Representation, Inference and Learning.
Ph. D. thesis, University of California, Berkeley.

Naïm, P., P. H. Wuillemin, P. Leray, O. Pourret, and A. Becker (2007).
Réseaux bayésiens (Troisiëme ed.).
Collection Algorithmes. Paris : Eyrolles.

Pearl, J. (1988, September).
Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems : Networks of Plausible Inference.
Morgan Kaufmann.

Questions ?

Merci pour votre attention

Questions ?